

# Transformação de coordenadas aplicada à construção da maquete tridimensional de uma constelação

(Coordinate transformations applied to build up a three-dimensional maquette of a constellation)

Guilherme Marques dos Santos Silva<sup>1</sup>, Felipe Braga Ribas<sup>2</sup> e Mário Sérgio Teixeira de Freitas<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Companhia Paranaense de Energia, Curitiba, PR, Brasil

<sup>2</sup>Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

<sup>3</sup>Departamento de Física, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba, PR, Brasil

<sup>1,2,3</sup>Clube de Astronomia do Colégio Estadual do Paraná, Curitiba, PR, Brasil

Recebido em 20/12/2006; Revisado em 10/9/2007; Aceito em 19/11/2007

Neste trabalho descrevemos uma atividade teórico-experimental, destinada a alunos de graduação em ciências exatas ou do ensino médio, cujo objetivo principal consiste em aplicar conceitos físicos e matemáticos para resolver problemas decorrentes da construção de uma maquete tridimensional da constelação do Cruzeiro do Sul. O aparato é feito com material de custo moderado como LED's brancos adaptados a potenciômetros para o ajuste de brilho. O conteúdo teórico é composto de conceitos básicos sobre astronomia de posição, transformação de coordenadas e geometria e trigonometria elementares. Neste artigo, discutem-se aspectos da execução da atividade, tendo sido incluída uma listagem dos materiais utilizados. Também são mostradas algumas imagens fotográficas do resultado obtido.

**Palavras-chave:** astronomia de posição, maquete, constelação, transformação de coordenadas.

In this work, we describe a theoretical and experimental activity to undergraduate as well high school students aiming to apply physical and mathematical concepts to the experimental setup of a three-dimensional maquette of the Southern Cross constellation. The apparatus is built with moderate cost materials like white LEDs adapted to potentiometers to brightness tuning. The basic concepts involved are positional astronomy, coordinate transformations, as well elementary geometry and trigonometry. In this paper, some aspects of the activity making are discussed and a list of the used materials is presented. Some pictures of the obtained results are also shown.

**Keywords:** positional astronomy, maquette, constellation, coordinate transformations.

## 1. Introdução

Constelações são agrupamentos arbitrários de estrelas, formando figuras que facilitam a identificação de padrões, e que funcionam como um recurso mnemônico para fins de orientação e reconhecimento das diferentes regiões da esfera celeste, estando incorporadas na cultura popular, e portanto consistindo em um apropriado ponto de partida para motivação de ensino [1-6]. Normalmente, as estrelas em uma constelação não guardam entre si vínculos físicos, encontrando-se a diferentes distâncias do Sistema Solar, ou seja, o fato de aparentarem ocupar os vértices de um polígono plano se deve a um efeito de perspectiva; o aparente polígono é, genericamente, a projeção de um poliedro irregular [7], conforme esquematizado na Fig. 1. O campo estrelado, se fosse observado de outra localidade no mesmo braço

da nossa galáxia, desde que suficientemente distante do Sistema Solar, poderia constituir configurações completamente díspares em relação àquelas que vemos da Terra.

A caracterização das posições aparentes das estrelas costuma ser tratada unicamente em termos da direção de uma linha de visada, por meio de duas coordenadas angulares de um sistema de coordenadas esféricas, centrado na Terra, sejam elas locais (azimute e altura) ou equatoriais (ascensão reta e declinação) [3, 8]. A distância de cada estrela em relação à Terra completa o posicionamento no espaço, fornecendo a coordenada radial. No sistema local, as coordenadas mudam visivelmente de valor com o movimento diurno; quanto às equatoriais, se mantêm praticamente inalteradas (a rigor, seus valores são sistematicamente ajustados, devido a sutis modificações causadas pelos movimentos da

<sup>1</sup>E-mail: gui@gui.pro.br.

Terra e das próprias estrelas) [3, 6, 8].

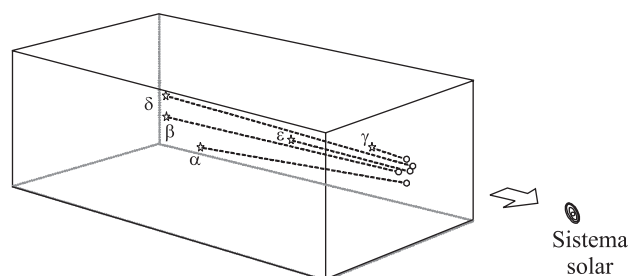


Figura 1 - As cinco estrelas mais brilhantes que compõem a constelação do Cruzeiro do Sul, indicadas pelas letras gregas nas extremidades das linhas pontilhadas, estão posicionadas na galáxia a diferentes distâncias do Sistema Solar. Contudo, aparecem para o observador como pontos brilhantes pertencentes a um mesmo plano, perpendicular à linha de visada.

Nesse contexto, dispondo dos valores numéricos das coordenadas para as estrelas de uma constelação qualquer, é possível construir um modelo em escala reduzida, instalando pequenas fontes de luz (LED's) numa configuração espacial que respeite uma relação de semelhança [9] com as posições reais ocupadas por essas estrelas. A origem do sistema coordenado utilizado corresponde à posição da Terra, e observado desse ponto específico, o conjunto reproduzirá o mesmo aspecto geométrico que a constelação mostra no céu. No formalismo da trigonometria esférica, isso significa que, tanto os ângulos quanto os lados dos triângulos esféricos formados por estrelas da constelação real, serão idênticos aos seus correspondentes formados pelos LED's na maquete. Inclusive é possível, numa montagem ao ar livre, esperar o anoitecer e confrontar o modelo com o original. Pode ser também incluído um controle de intensidade luminosa em separado para cada fonte, para possibilitar o ajuste relativo dos brilhos.

Para fins de posicionamento das fontes de luz em campo, o sistema coordenado mais apropriado, em termos operacionais, é o retangular  $(x, y, z)$ . Para tanto, basta proceder a uma transformação de coordenadas, por exemplo, (distância radial, altura, azimute)  $\rightarrow (x, y, z)$ . Estes trios coordenados estão vinculados a um certo local e a um certo instante de observação. Visto que o formalismo da trigonometria esférica não é freqüentemente abordado nas disciplinas básicas dos cursos de graduação, a transformação de coordenadas equatoriais para locais não foi desenvolvida na atividade, tendo sido adotada a conversão diretamente por meio de um programa computacional. Para compreender o contexto da transformação, bem como para realizá-la, é exigido um razoável domínio de certos conceitos de matemática e de física. A atividade, portanto, motiva o estudante em vários aspectos para a aprendizagem de ciências exatas. Os materiais utilizados na montagem são de custo moderado e, em sua maior parte, podem ser reaproveitados para repetir o experi-

mento com outras constelações. Seguindo apropriadamente as disposições construtivas, o resultado se mostra plenamente satisfatório em termos de reconhecimento visual da constelação.

## 2. Objetivo da atividade teórico-experimental

A atividade foi desenvolvida durante o VIII Encontro Nacional de Astronomia [10] e constou, além da montagem experimental, da realização do mini-curso "Transformação de coordenadas aplicadas à construção da maquete de uma constelação 3D" que visou motivar o estudante à aprendizagem de ciências exatas, mediante o desenvolvimento de um projeto para montagem da maquete de uma constelação no espaço tridimensional.

## 3. Fundamentação teórica

### 3.1. Distâncias entre estrelas

As estrelas distinguíveis a olho nu por um observador na superfície da Terra pertencem todas ao mesmo braço da Via-Láctea ocupado pelo Sistema Solar [3, 6, 11]. À parte os sistemas binários e múltiplos, nos quais as estrelas estão mais significativamente ligadas pela interação gravitacional, as distâncias típicas que estrelas ditas vizinhas guardam entre si são da ordem de alguns anos-luz [3, 8, 11, 12]. O *ano-luz* e o *parsec* são as unidades de distância mais adotadas na escala interestelar, sendo o ano-luz a distância percorrida pela luz no vácuo em um ano (equivalente a  $9,46 \times 10^{12}$  km). A definição de parsec envolve a unidade de medida conhecida como Unidade Astronômica (UA), que é a distância média da Terra ao Sol ao longo do ano, correspondendo aproximadamente a 150 milhões de quilômetros: o parsec fica definido como a distância da qual 1 UA é subtendida por um ângulo de 1 segundo (1 parsec corresponde a 3,26 anos-luz) [13, 14]. A aplicação destes conhecimentos à construção da maquete diz respeito à escolha de uma escala que se mostre apropriada, considerando o espaço disponível para a montagem.

### 3.2. Magnitude aparente e magnitude absoluta

Mesmo sem o auxílio de instrumentos, um observador na superfície da Terra tem a capacidade de estabelecer diferenças de brilho entre as estrelas, podendo também perceber diferenças na cor dominante. Tal percepção está associada às propriedades físicas da estrela: observando o fluxo da radiação em diversos comprimentos de onda, é possível comparar a estrela a um corpo negro, e então obter propriedades como temperatura e cor; de acordo com a atividade energética do núcleo e

composição química da atmosfera de uma estrela, esta apresentará um espectro característico [1, 6, 11, 16]. Como a propagação da radiação no espaço se dá segundo superfícies esféricas, o fluxo recebido decai com o quadrado da distância, mesmo na ausência de um meio material que absorva parcialmente a radiação [2, 3, 11, 15, 16]. Isso significa que o brilho aparente de uma estrela, observada da Terra, depende tanto da potência da radiação emitida, quanto da distância da estrela até a Terra. É nesse contexto que são estabelecidos os conceitos de magnitude absoluta e magnitude aparente. A *magnitude aparente* de uma estrela é uma medida do fluxo recebido para um dado comprimento de onda do espectro, podendo ser realizada com um telescópio e um detector apropriado. A expressão que liga a relação entre os fluxos luminosos  $f_1$  e  $f_2$  de duas estrelas com as suas magnitudes aparentes  $m_1$  e  $m_2$  é [13, 14]

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \left( \frac{f_1}{f_2} \right).$$

A *magnitude absoluta* é a magnitude que um astro teria, se fosse observado a 10 parsecs de distância. Denotando por  $m$  a magnitude aparente e por  $M$  a magnitude absoluta, a expressão que as relaciona é [3, 13, 14, 16]

$$M = m + 5 - 5 \log r,$$

sendo  $r$  a distância da estrela à Terra, expressa em parsecs. Na construção da maquete, esta formulação esclarece a relação entre o brilho a ser regulado nos LED's e o brilho percebido pelo observador.

### 3.3. Sistemas de coordenadas angulares adotados para localização de estrelas

Os movimentos próprios das estrelas na galáxia, regidos por suas interações gravitacionais, não são significativos em termos de percepção visual [3, 6, 11]. Os amplos deslocamentos do campo estrelado como um todo, perceptíveis no céu noturno, são apenas aparentes, devendo-se na realidade ao movimento do observador, ou seja, o movimento de rotação da Terra em torno de seu eixo, combinado com seu movimento orbital em torno do Sol. Se comparados com estes em ordem de grandeza, os outros movimentos da Terra (como a nutação e a precessão) têm amplitude muito pequena, ou período demasiado longo, não sendo portanto significativos os seus efeitos no contexto deste trabalho [3, 6, 8, 13].

Portanto, como as posições aparentes das estrelas estão constantemente mudando com o movimento diurno, suas coordenadas se alterarão continuamente se forem medidas de um referencial local, devendo para isso ser concebido um sistema de referência no qual as

coordenadas das estrelas sejam independentes do movimento da Terra. Em primeira instância, essas coordenadas se referem a direções, pois as distâncias radiais não costumam estar envolvidas nas transformações adotadas na astronomia de posição [8, 11, 17].

Num referencial local, as coordenadas usuais de um dado astro são o azimute e a altura. *Azimute* é o ângulo medido a partir do norte, na horizontal e em sentido horário. *Altura* é o ângulo medido a partir do horizonte, na vertical. É o chamado *sistema de coordenadas horizontais* ou *azimutais* [8, 17]. Para que as coordenadas das estrelas não se alterem com o tempo, é necessário medir suas posições em relação ao Equador Celeste, ao invés do horizonte local. A *ascensão reta* é uma medida equivalente à longitude no globo terrestre; a origem de contagem da ascensão reta é o primeiro ponto Áries (atualmente na constelação de Peixes); a *declinação* é uma medida equivalente à latitude no globo terrestre, sendo o ângulo medido a partir do Equador Celeste. Este é o chamado *sistema de coordenadas equatoriais*. A transformação de um sistema para outro envolve o formalismo da trigonometria esférica [3, 8, 11, 17].

## 4. Metodologia

### 4.1. Escolha da escala

Foram consideradas as dimensões do campo de futebol no qual viria a ser montada a maquete (cerca de 50 m de comprimento). No caso, foi arbitrada a escala de 1 m para 10 anos luz. Desta forma, a estrela da constelação escolhida que se encontra mais distante da Terra (delta Crucis) ficaria a 36,4 m de distância do observador, e a mais próxima (gama Crucis), a 8,8 m.

### 4.2. Cálculos de conversão

O posicionamento das hastes com os LED's no campo de futebol exige a caracterização das posições das estrelas em coordenadas retangulares  $(x, y, z)$ . Para converter as coordenadas esféricas de um dado ponto, a saber, distância radial ( $R$ ), altura ( $\theta$ ) e azimute ( $A$ ), em coordenadas cartesianas retangulares, são estabelecidas as direções positivas dos eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$ , e o valor da distância radial em metros (conforme a escala), de acordo com a Fig. 2, esquema no qual os olhos do observador estão no ponto O e a estrela (LED) no ponto E. Tem-se as relações

$$\text{sen } \theta = \frac{z}{R} \Rightarrow z = R \cdot \text{sen } \theta;$$

$$\text{cos } \theta = \frac{R'}{R} \Rightarrow R' = R \cdot \text{cos } \theta;$$

$$\text{sen}(A - 180^\circ) = \frac{x}{R'} \Rightarrow x = R' \cdot \text{sen}(A - 180^\circ) \Rightarrow x = R \cdot \text{cos}(\theta) \cdot \text{sen}(A - 180^\circ);$$

$$\cos(A - 180^\circ) = \frac{y}{R'} \Rightarrow y = R' \cdot \cos(A - 180^\circ) \Rightarrow$$

$$y = R \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(A - 180^\circ);$$

Assim, dados a altura ( $\theta$ ) e o azimute ( $A$ ) em graus, e a distância ( $R$ , já em escala) em metros, tem-se as expressões de conversão que fornecem  $(x, y, z)$

$$x = R \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(A - 180^\circ);$$

$$y = R \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(A - 180^\circ);$$

$$z = R \cdot \sin(\theta).$$

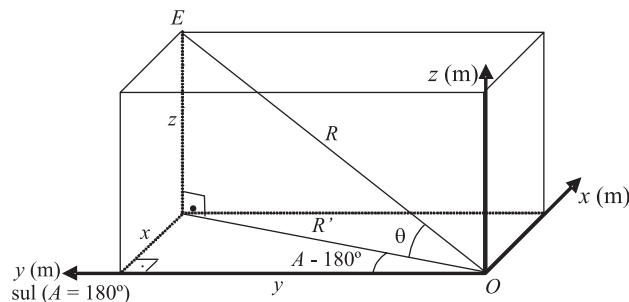


Figura 2 - Para cada estrela (LED a ser posicionado na maquete), as coordenadas esféricas horizontais (distância radial, altura e azimute) sofrem transformações matemáticas, de forma que sua posição seja expressa em coordenadas retangulares.

#### 4.3. Escolha da posição geográfica, data e horário referentes à simulação

Considerando algumas restrições construtivas, como o fato de nenhuma estrela poder ficar abaixo do nível do solo, e uma altura máxima de montagem (com os materiais disponíveis) de cerca de 2,80 m, faz-se necessário pesquisar uma posição geográfica e um horário e data adequados, tendo em vista uma simulação que forneça os valores apropriados das coordenadas horizontais.

Para estabelecer essas coordenadas é importante, em primeiro lugar, escolher uma configuração adequada do Cruzeiro do Sul em relação à direção vertical, como por exemplo a da Fig. 3.

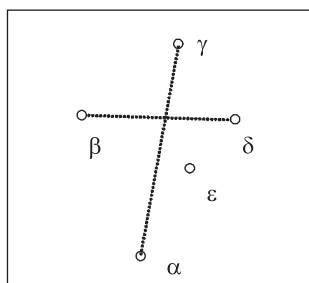


Figura 3 - Devido aos movimentos orbital e de rotação da Terra, a orientação de uma constelação em relação à direção do horizonte do observador se altera continuamente, de acordo com a data e a hora local. Para proceder aos cálculos para o posicionamento das estrelas na maquete, foi simulada a orientação esquematizada acima.

Por questão de conforto, considera-se um ponto de observação de forma que os olhos fiquem posicionados a 1,50 m do solo. O LED mais baixo não pode ficar muito rente ao solo para não ser ocultado pela grama do campo de futebol (por exemplo, 4 cm acima do solo é aceitável); portanto, o valor de  $z$  correspondente a este LED deve ser maior ou igual a  $-1,50 \text{ m} + 0,04 \text{ m} = -1,46 \text{ m}$ , ou seja, o LED mais baixo deverá ter, no mínimo,  $z = -1,46 \text{ m}$ . Adotando este valor, e supondo que o Cruzeiro do Sul seja representado na orientação padrão de uma cruz, conforme a Fig. 3, a estrela mais baixa é alfa Crucis (Estrela de Magalhães), com  $R = 32,134 \text{ m}$  [18]; assim, determina-se a altura para esta estrela

$$\theta = \arcsen\left(\frac{-1,46}{32,134}\right) = -2,6^\circ.$$

A partir do resultado obtido acima, pesquisa-se diretamente, com auxílio de um programa computacional já existente, que traga o recurso de simular a configuração das estrelas mediante uma interface gráfica (por exemplo, *Starry Night* [18] ou *Cartes du Ciel* [19]), um local de observação na superfície da Terra, em uma data e horário nos quais o Cruzeiro do Sul esteja na posição desejada e com a estrela alfa Crucis com altura  $-2,6$  graus (seria abaixo da linha do horizonte). Tal configuração não ocorre em nenhum ponto do Brasil, estando sempre o Cruzeiro do Sul, quando na posição mostrada na Fig. 3, muito elevado em relação ao horizonte. O programa de computador *Starry Night* [18] mostra que tal configuração é obtida apenas quando se observa de um local com latitude aproximada de  $28^\circ 22' \text{ N}$ . Pode-se proceder, então, a escolha de um local – preferencialmente que não esteja no oceano – que tenha tal latitude. Entre várias localidades possíveis, pode ser selecionada a de Faridabad, Índia, com latitude  $28^\circ 22,5' \text{ N}$  e longitude  $77^\circ 12,0' \text{ E}$  (fuso horário  $+5,5\text{h}$  no horário de verão), na data de 21/7/2005, à hora local 21h00m [18].

#### 4.4. Cálculo das coordenadas retangulares a partir das coordenadas esféricas

Os dados para a constelação Crux estão reunidos nas quatro primeiras colunas da Tabela 1, extraídos diretamente do programa *Starry Night*, incluindo os nomes próprios que suas estrelas recebem na cultura brasileira [6, 18]. O azimute e a altura se referem ao sistema de coordenadas horizontais. Foi aplicada às distâncias radiais a escala de 1 metro para 10 anos-luz, e em seguida, as expressões de transformação expostas anteriormente levaram às coordenadas retangulares  $(x, y, z)$ . Para o posicionamento dos LED's na montagem, a coordenada  $z$  deve ser somada à cota de 1,50 m, correspondente à altura dos olhos do observador acima do solo.

#### 4.5. Disposições práticas para a montagem da maquete

Para um espaço com as dimensões de um campo de futebol, foram suficientes quatro pessoas trabalhando durante cerca de três horas para realizar a montagem completa. O campo disponível na chácara APP da UTFPR (antigo CEFET-PR) mede cerca de 50 m de compr-

imento. O trabalho deve ser conduzido no período diurno, para ser observado a partir do anoitecer.

Todo o material consumido está discriminado na Tabela 2, tendo totalizado cerca de R\$ 100,00 em outubro de 2005, sem considerar a última linha, que se refere a material permanente. A especificação detalhada do custo de cada item pode ser encontrada na página de internet mantida pelos autores deste trabalho [21].

Tabela 1 - Coordenadas esféricas horizontais das cinco estrelas mais brilhantes do Cruzeiro do Sul, obtidas por uma simulação no programa *Starry Night* [18], e coordenadas retangulares calculadas.

Estrela	$A$ ( $^{\circ}$ )	$h$ ( $^{\circ}$ )	$R$ (a.l.)	$R$ (m)	$x$ (m)	$y$ (m)	$z$ (m)	$h$ (m)
$\alpha$ Crucis (Magalhães)	187,979	-2,604	321,340	32,134	4,46	31,79	-1,46	0,04
$\beta$ Crucis (Mimosa)	186,307	1,631	352,610	35,261	3,87	35,03	1,00	2,50
$\gamma$ Crucis (Rubídia)	188,997	3,536	88,033	8,803	1,37	8,68	0,54	2,04
$\delta$ Crucis (Pálida)	190,575	1,501	364,430	36,443	6,69	35,81	0,95	2,45
$\varepsilon$ Crucis (Intrometida)	189,329	0,325	228,090	22,809	3,70	22,51	0,12	1,63

Tabela 2 - Discriminação dos materiais consumidos (mais detalhes estão disponibilizados na Ref. [21]).

Discriminação do material
LED's Brancos 15000 mcd (kit com 10)
Porta pilhas (capacidade para 3 pilhas pequenas tipo AA)
Placa de circuito impresso.
Trim pot 470Klin
Transistor BC 338
2 m de fio para cada LED
Pilhas AA-Alcalinas (2 por kit, 4 por embalagem)
Barra rosqueável 5/16" $\times$ 1 m
Tubo PVC 1,50 m $\times$ 20 mm
Silver Tape 48 mm $\times$ 5 m 3M
Fita crepe 19 $\times$ 50 3M
Arame N12 1 kg galvanizado c/ 21 m
Fio de Nylon Caiçara 0,80 mm $\times$ 100 m
Outros materiais necessários (não consumidos): martelo, serra, alicate, trena, prumo, câmera fotográfica e tripé

Como uma primeira etapa da montagem, estica-se um fio de nylon horizontalmente, cerca de 50cm acima do solo, para marcar a coordenada  $y$  de cada estrela. Marca-se a origem deste eixo com um pequeno pedaço de fita crepe, e em seguida, as distâncias para cada LED, sobre o próprio fio.

Uma vez marcadas as distâncias na direção  $y$ , tomam-se perpendiculares ao fio, para cada estrela, nos pontos marcados, aplicando-se nelas o valor de  $x$ . Assim, marca-se no solo os locais nos quais ficarão os tubos de PVC para cada LED. Basta então cravar os tubos e fixar os LED's nas alturas calculadas na Tabela 1, usando os tubos de PVC, e, quando necessário, as barras com rosca e os arames para aumentar a altura útil do suporte.

Regula-se o brilho dos LED's visualmente, por tentativa e erro, ou com base na Tabela 3, que relaciona magnitudes aparentes e absolutas para as cinco estrelas envolvidas, extraídas diretamente dos dados disponíveis no programa *Starry Night* [18].

Tabela 3 - Magnitudes aparentes e absolutas das estrelas do Cruzeiro do Sul, extraídas do programa *Starry Night* [18].

Estrela	Magnitude aparente	Magnitude absoluta
$\alpha$ Crucis (Magalhães)	0,75	-4,22
$\beta$ Crucis (Mimosa)	1,25	-3,92
$\gamma$ Crucis (Rubídia)	1,56	-0,60
$\delta$ Crucis (Pálida)	2,78	-2,46
$\varepsilon$ Crucis (Intrometida)	3,56	-0,66

## 5. Resultados e conclusões

### 5.1. Imagens da maquete

A Fig. 4 mostra uma imagem dos cinco LED's já instalados nas hastes verticais de PVC, com os brilhos regulados de forma a reproduzir as relações entre as magnitudes aparentes das estrelas do Cruzeiro do Sul, quando observadas da Terra (a única iluminação é a do luar; a foto foi processada digitalmente, com o brilho muito realçado, para facilitar a visualização da montagem [20]). A câmera foi instalada num tripé a 1,50 m do solo, na origem do sistema coordenado ( $x = y = z = 0$ ). Observando a partir deste ponto, o reconhecimento da configuração da constelação, por parte dos participantes do evento, foi imediato, evidenciando o êxito do experimento (é possível confrontar a geometria com a da Fig. 3). Na foto, observa-se que a estrela gama ( $h = 2,04$  m) aparece mais alta do que a beta ( $h = 2,50$  m), e este efeito de perspectiva justifica o fato de visualizarmos as estrelas da Via-Láctea em todas as direções no céu, dependendo das distâncias a que se encontram de nós.

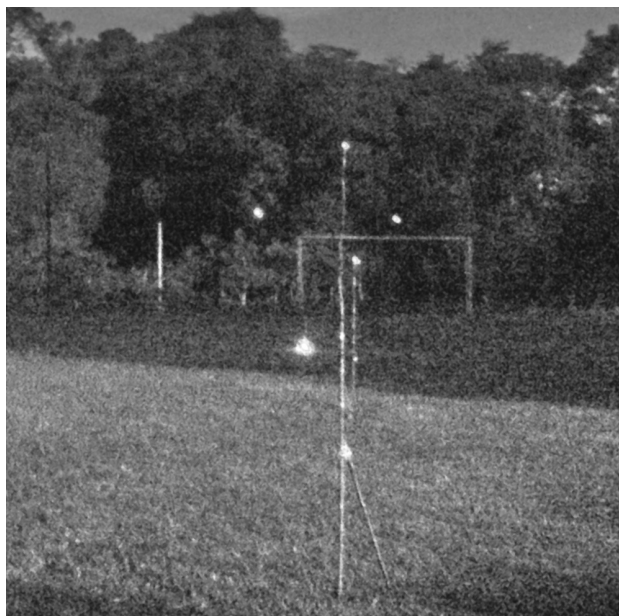


Figura 4 - Imagem fotográfica da maquete, com brilho e contraste realçados digitalmente para facilitar a visualização da montagem. Compare com a Fig. 3 (a versão em cores pode ser acessada na Ref. [21]).

A Fig. 5 mostra uma imagem com a câmera posicionada também no plano  $y = z = 0$ , mas em  $x = 20$  m. Nota-se que a geometria da configuração aparente é totalmente desfeita, e que não seria possível o reconhecimento da constelação por um observador situado neste ponto. A constelação verdadeira, destacada no canto superior direito da foto, elevava-se no horizonte sudeste (o processamento da imagem foi semelhante ao da Fig. 4). Deve ser ressaltado que este ponto de observação, na escala adotada, estaria a 200 anos-luz de distância do Sistema Solar.



Figura 5 - Os mesmos LED's que aparecem na Fig. 4, fotografados de um local a 20 m de distância lateral do ponto original de observação. No instante do registro, o verdadeiro Cruzeiro do Sul se elevava no céu, no horizonte sudeste. Os efeitos da iluminação devida ao luar foram digitalmente tratados, para facilitar a visualização da montagem (a versão em cores pode ser acessada na Ref. [21]).

A Fig. 6 mostra um par estereoscópico [22], fotografado com uma base de 6 cm (da ordem do

espaçamento interpupilar humano), que dá uma idéia da visão tridimensional obtida na maquete. Em escala, esse efeito de paralaxe seria conseguido no espaço por uma base de 0,6 ano-luz.



Figura 6 - Duas diferentes imagens fotográficas da maquete, compondo um par estereoscópico com base de 6 cm.

A Fig. 7 mostra a constelação verdadeira e a maquete, agora com a câmera instalada na origem do sistema coordenado. O êxito do experimento pode ser verificado visualmente, ou mesmo, medindo-se na foto os afastamentos entre as imagens das estrelas na constelação e entre os LED's na montagem, bem como os ângulos entre as linhas retas que ligam as cinco estrelas.



Figura 7 - A verdadeira constelação do Cruzeiro do Sul, fotografada simultaneamente com a maquete, estando a câmera instalada na origem do sistema de coordenadas, correspondente à posição do Sistema Solar. O confronto possibilita verificar o êxito do experimento. Os efeitos da iluminação devida ao luar foram digitalmente tratados, para facilitar a visualização da montagem (a versão em cores pode ser acessada na Ref. [21]). Foto tomada em Curitiba, PR, 15/11/2005, 3h00min (GMT - 2).

## 6. Conclusões e sugestões para outros projetos

O minicurso, ministrado durante o VIII ENAST, mostrou resultados altamente satisfatórios, tanto entre os participantes regularmente inscritos, quanto para os

demais integrantes do evento. A montagem no campo de futebol foi alvo de interessantes discussões, assim como de idéias inovadoras, e naturalmente, numerosos registros fotográficos.

Uma complementação a ser feita seria uma medição, por meios digitais, das coordenadas dos pontos luminosos na Fig. 7, processando-as para obter distâncias lineares e ângulos, possibilitando uma avaliação quantitativa dos resultados, em termos da semelhança entre a maquete e a constelação verdadeira.

Projetos correlatos podem incluir outras constelações que abrangem áreas relativamente pequenas na esfera celeste, como por exemplo Lyra, Corvus, Canis Major ou Cassiopeia [6], desde que seja viável o posicionamento dos LED's nas posições apropriadas. É possível reduzir ainda mais a escala da montagem, inclusive de forma a ajustá-la num espaço coberto, mas há desvantagens: o ponto exato de observação fica restrito a uma região muito pequena, inferior à distância interpupilar, comprometendo portanto a visão tridimensional; e a proximidade exagerada de alguns LED's pode prejudicar a profundidade de foco, tanto para fins de visualização, quanto para registro fotográfico.

Outra atividade interessante a ser desenvolvida na presença da montagem já realizada, é tentar relacionar as formas obtidas espacialmente com poliedros [7], como no caso do Cruzeiro do Sul, que pode ser interpretado como um tetraedro irregular, de vértices nas estrelas alfa, beta, delta e gama, com a estrela epsilon praticamente contida na face formada por alfa, delta e gama. Assim, é possível olhar para a constelação no céu e imaginar as estrelas na sua configuração espacial real.

Considerando os conceitos de ciências exatas envolvidos, de forma mais ou menos direta no decorrer do minicurso, como os efeitos dos movimentos orbital e de rotação da Terra em um observador na sua superfície, a ordem de grandeza das distâncias entre as estrelas, a propagação esférica da radiação, noções de fotometria, resposta do sistema visual humano ao espectro eletromagnético, assim como geometria espacial e transformação de coordenadas, o experimento realizado cumpriu amplamente os objetivos propostos, contribuindo assim para o sucesso do evento.

## Referências

- [1] R.R.F. Mourão, *Astronomia Popular* (Francisco Alves, Rio de Janeiro, 1987).
- [2] R.P. Faria (org.), *Fundamentos de Astronomia* (Papyrus, Campinas, 1987).
- [3] P.I. Bakulin, E.V. Kononóvich e V.I. Moroz, *Curso de Astronomia General* (MIR, Moscou, 1987).
- [4] V. Komarov, *Nueva Astronomia Recreativa* (MIR, Moscou, 1985).
- [5] G.B. Afonso, *Sci. Am. Brasil* **45**, 38 (2006).
- [6] L. Hoffmann, *Astronomia - Nova Carta Celeste* (edição do autor, Rio de Janeiro, 1978).
- [7] I. Ridpath, *O Mundo Maravilhoso dos Astros* (Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1987), p. 61.
- [8] R. Boczek, *Conceitos de Astronomia* (Edgard Blücher, São Paulo, 1984).
- [9] Z.M. Gonçalves, *Geometria Analítica no Espaço - Tratamento Vetorial* (LTC, Rio de Janeiro, 1978).
- [10] 8º Encontro Nacional de Astronomia (ENAST), disponível em <http://www.astronomy.com/asy/community/events/event-info.asp?eventid=434>, acessado em 23/11/2007.
- [11] P.A.M. Tourinho, *Tratado de Astronomia* (Gráfica Mundial, Curitiba, 1960), v. II.
- [12] A.T. White, *As Estrelas* (Record, Rio de Janeiro, 1963).
- [13] H. Karttunen, K.J. Donner, P. Kröger, H. Oja and M. Poutanen (eds), *Fundamental Astronomy* (Springer, Berlin, 2003), 4ª ed.
- [14] E. Böhm-Vitense, *Introduction to Stellar Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997), v. 1.
- [15] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fundamentos de Física* (LTC, Rio de Janeiro, 2002), 6ª ed, v. 4.
- [16] E. Böhm-Vitense, *Introduction to Stellar Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997), v. 2.
- [17] R. Friedman, *Fundamentos de Orientação, Cartografia e Navegação Terrestre* (Pro Books, Curitiba, 2003).
- [18] Programa Starry Night Pro, versão 5.0.1, propriedade de Guilherme Marques dos Santos Silva.
- [19] Programa Cartes du Ciel, distribuído gratuitamente na Internet, no endereço <http://www.astrosurf.com/astro/cartes/>, acessado em 23/11/2007.
- [20] Programa Canon Zoom Browser EX, propriedade de Mário Sérgio Teixeira de Freitas.
- [21] <http://www.pessoal.cefetpr.br/msergio/astro.crux.htm>, acesso em 23/11/2007.
- [22] J.B. Andrade, *Fotogrametria* (SBEE, Curitiba, 1998).