Atividades de Matrizes

1) (CFTMG) Sendo as matrizes A = (a_{ij}) e B = (b_{ij}), quadradas de ordem 2 com $a_{ij} = i^2 - j^2$ e $b_{ij} = -i^2 + j^2$, o valor de A - B é

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

2) (PUC-MG) Seja A a matriz A = $(a_{ij})_{2x3}$, cuja lei de formação é dada abaixo. É correto afirmar que:

$$a_{ij} = \begin{cases} 3i + j, & \text{se } i \neq j \\ 2i - 3j, & \text{se } i = j \end{cases}$$

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 6 & 7 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 5 \\ 6 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 2 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 6 \\ 7 & -2 & 9 \end{pmatrix}$

3) (UFG) (DESAFIO) Seja M = $(a_{ij})_{nxn}$ uma matriz quadrada de ordem n, onde $a_{ij} = i + j$.
Nessas condições, a soma dos elementos da diagonal principal desta matriz é

a) n^2
b) $2n + 2n^2$
c) $2n + n^2$
d) $n^2 + n$
e) $n + 2n^2$

4) (UFSM) Sabendo-se que a matriz

$$A = \begin{bmatrix} y & 36 & -7 \\ x^2 & 0 & 5x \\ 4-y & -30 & 3 \end{bmatrix}$$

é igual à sua transposta, o valor de 2x + y é

a) -23 b) -11 c) -1 d) 11 e) 23

5) (UEL) Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{3x2}$, definida por $a_{ij} = i - j$; $B = (b_{ij})_{2x3}$, definida por $b_{ij} = j$; $C = (c_{ij})$ definida por C = A.B, é correto afirmar que o elemento c_{23} é:

a) Igual ao elemento c_{12}
b) Igual ao produto de a_{23} por b_{23}
c) O inverso do elemento c_{32}
d) Igual à soma de a_{12} com b_{11}
e) Igual ao produto de a_{21} por b_{13}

6) (UFSC – Adaptada) Sejam as matrizes M e P, respectivamente, de ordens 5 × 7 e 7 × 5. Se R = M.P, então a matriz R^2 tem

a) 625 elementos
b) 512 elementos
c) 256 elementos
d) 128 elementos
e) 25 elementos

7) (FGV) A e B são matrizes e A^t é a matriz transposta de A. Se

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & y \\ x & 2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

então a matriz A . B será nula para:

a) x + y = -3 b) x.y = 2 c) x/y = -4 d) $x.y^2 = -1$ e) y/x = -8

8) (UNESP) Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix},$$

com x, y, z números reais.
Se A.B = C, a soma dos elementos da matriz A é:

a) 9. b) 40. c) 41. d) 50. e) 81.

9) (UFC) O valor de a para que a igualdade matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

seja verdadeira é:

a) 1 b) 2 c) 0 d) -2 e) -1

10) (FATEC) Seja a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ a & 1 \end{bmatrix}$$

tal que

$$A^2 = \begin{bmatrix} -19 & -8 \\ 10 & -19 \end{bmatrix}.$$

É verdade que a + b é igual a

a) 0 b) 1 c) 9 d) – 1 e) - 9

11) (UFMG) Milho, soja e feijão foram plantados nas regiões P e Q, com ajuda dos fertilizantes X, Y e Z.
A matriz A (fig. 1) indica a área plantada de cada cultura, em hectares, por região.
A matriz B (fig. 2) indica a massa usada de cada fertilizante, em kg, por hectare, em cada cultura.

Figura 1

$$A = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccc} \text{milho} & \text{soja} & \text{feijão} \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 50 & 20 & 20 \\ 40 & 10 & 30 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow P \\ \leftarrow Q \end{array} \end{array}$$

Figura 2

$$B = \begin{array}{c c} \begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 10 & 20 & 15 \\ 15 & 20 & 20 \\ 30 & 20 & 30 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow \text{milho} \\ \leftarrow \text{soja} \\ \leftarrow \text{feijão} \end{array} \end{array}$$

a) Calcule a matriz C = AB.
b) Explique o significado de c_{23}, o elemento da segunda linha e terceira coluna da matriz C.

12) (UEL) Uma das formas de se enviar uma mensagem secreta é por meio de códigos matemáticos, seguindo os passos:

1) Tanto o destinatário quanto o remetente possuem uma matriz chave C ;
2) O destinatário recebe do remetente uma matriz P, tal que MC = P, onde M é a matriz mensagem a ser decodificada;
3) Cada número da matriz M corresponde a uma letra do alfabeto: 1 = a, 2 = b, 3 = c,..., 23 = z;
4) Consideremos o alfabeto com 23 letras, excluindo as letras k, w e y;
5) O número zero corresponde ao ponto de exclamação;
6) A mensagem é lida, encontrando a matriz M , fazendo a correspondência número/letra e ordenando as letras por linhas da matriz conforme segue: $m_{11}m_{12}m_{13}m_{21}m_{22}m_{23}m_{31}m_{32}m_{33}$

Considere as matrizes:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } P = \begin{bmatrix} 2 & -10 & 1 \\ 18 & 38 & 17 \\ 19 & 14 & 0 \end{bmatrix}.$$

Com base nos conhecimentos e nas informações descritas, assinale a alternativa que apresenta a mensagem que foi enviada por meio da matriz M.

a) Boasorte!
b) Boaprova!
c) Boatarde!
d) Ajudeme!
e) Socorro!

13) (UFRJ) Dada uma matriz A (figura 1), denotamos por A^{-1} a matriz inversa de A. Então $A+A^{-1}$ é igual a:

Figura 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

14) (UFPR-DISCURSIVA) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 e I é a matriz identidade de mesma ordem, pode-se mostrar que, para cada n natural, existem números reais α e β tais que

$A^n = \alpha A + \beta I$.

Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Encontre α e β tais que $A^2 = \alpha A + \beta I$.
b) Multiplicando a expressão do item anterior pela matriz inversa A^{-1} obtém-se a expressão $A = \alpha I + \beta . A^{-1}$. Use essa informação para calcular a matriz A^{-1}.

Gabarito

1) B
2) D
3) D
4) C
5) E
6) E
7) D
8) B
9) B
10) B
11) a) $C = \begin{bmatrix} 1400 & 1800 & 1750 \\ 1450 & 1600 & 1700 \end{bmatrix}$

    b) $c_{23} = 1700$ significa que serão necessários 1700 kg do fertilizante Z para as culturas de milho, soja e feijão na região Q.
12) A
13) C
14) $\alpha = 3$ e $\beta = -2$