

XXIX OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª. ou 6ª. séries)

GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

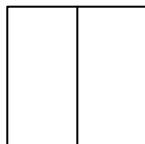
1) E	6) A	11) E	16) D
2) D	7) E	12) B	17) B
3) D	8) B	13) C	18) C
4) E	9) D	14) D	19) D
5) B	10) E	15) C	20) E

- Cada questão da Primeira Fase vale 1 ponto. (Total de pontos no Nível 1 = 20 pontos).
- Aguarde a publicação da Nota de Corte de promoção à Segunda Fase no site www.obm.org.br

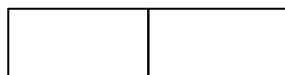
1) (E) No resultado da multiplicação de 101 por $\underbrace{1111\cdots 1}_{2007 \text{ algarismos } 1}$, o dígito 1 aparece 4 vezes e o dígito 2 aparece $2007 - 4 = 2005$ vezes. Portanto a soma dos algarismos desse número é $1 \times 4 + 2 \times 2005 = 4 + 4010 = 4014$.

2) (D) São dez: 103, 112, 121, 130, 202, 211, 220, 301, 310 e 400.

3) (D) Um quadrado com área 144 cm^2 tem lado 12 cm, e se foi formado juntando-se dois retângulos iguais lado a lado, esses retângulos tem um lado igual ao lado do quadrado e ou outro igual a metade do lado do quadrado, ou seja, seus lados medem 12 cm e 6 cm.

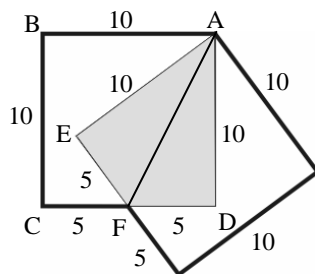


Juntando-se agora esses dois retângulos e formando um retângulo de largura diferente do comprimento, formamos um retângulo de lados 24 cm e 6 cm.



E o perímetro desse retângulo é $24 + 6 + 24 + 6 = 60 \text{ cm}$.

4) (E) A área do triângulo ADF é $\frac{5 \cdot 10}{2} = 25 \text{ cm}^2$, ou seja, $\frac{1}{4}$ da área do quadrado. Como os triângulos ADF e AEF são congruentes, a área da região comum aos dois quadrados é $2 \cdot 25 = 50 \text{ cm}^2$.



5) (B) A soma de todos os números positivos ímpares até 2007 menos a soma dos números positivos pares até 2007 é $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \dots + (2005 - 2006) + 2007 = -1003 + 2007 = 1004$.

6) (A) Se Sílvia acertou o relógio, ela adiantou 10min. Como já estava adiantado 5min, o relógio ficou 15min adiantado. Portanto, se marcava 10h, era na verdade 9h45min. Se Cristina acertou o relógio, ela atrasou 10min. Como já estava atrasado 5min, o relógio ficou 15min atrasado. Como 9h45min foi o horário real do encontro, o relógio de Cristina indicava 9h30min.

7) (E) A soma $a + b$ é 1 se $a = 0$ e $b = 1$, ou seja, $\frac{a}{b} = 0$, incompatível com o desenho. A soma é 2

se $\frac{a}{b} = \frac{1}{1} = 1$, também incompatível. E a soma é 3 se $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{1} = 2$, ambos incompatíveis.

Os casos em que a soma é 4 são: $\frac{a}{b} = \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{2} = 1$ ou $\frac{a}{b} = \frac{3}{1} = 3$, todos incompatíveis.

Como todas as quatro primeiras alternativas são falsas, a alternativa E é a verdadeira.

De fato, a soma é 5 nos casos: $\frac{a}{b} = \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{3}{2} > 1$ ou $\frac{a}{b} = \frac{4}{1} > 1$, dos quais a possibilidade $a = 2$ e $b = 3$ dá a fração $\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \cong 0,67$.

8) (B) Os 156 estudantes que resolveram todos os problemas corretamente correspondem a $100\% - 25\% - 15\% = 60\%$ do total. Logo, o número total de estudantes é $(600/100) \cdot 156 = 260$.

9) (D) Sejam H , M e C as quantidades de homens, mulheres e crianças, respectivamente. Temos $H/M = 2/3$ e $M/C = 8$. Logo, $H/C = H/M \cdot M/C = 16/3$. Logo, a razão entre o número de adultos e crianças é $(H + M)/C = H/C + M/C = 8 + 16/3 = 40/3$.

10) (E) Como o triângulo ABC é equilátero, o ângulo interno \hat{A} mede 60° . Se \overline{DG} é paralelo a \overline{AB} , então o ângulo entre \overline{DG} e \overline{AC} é 60° ou $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. Sendo x o maior ângulo entre esses dois segmentos, $x = 120^\circ$.

11) (E) Ao multiplicar os preços por $0,68 = 68\%$ a loja oferece um desconto $100\% - 68\% = 32\%$.

12) (B) Se Pérola (P) estiver antes de Esmeralda (E), há $7 + 6 - 2 = 11$ pessoas na fila, como vemos no esquema a seguir:

7	6	5	4	3	2	1				
				E		P				
					1	2	3	4	5	6

Se Esmeralda (E) estiver antes de Pérola (P), há $7 + 6 + 2 + 2 = 17$ pessoas na fila, como vemos no esquema a seguir:

7	6	5	4	3	2	1									
						P			E						
										1	2	3	4	6	6

13) (C) Dentre todos os produtos, são primos apenas os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13, que aparecem 2 vezes cada. Portanto $6 \times 2 = 12$ casas conterão números primos.

14) (D) Seja G o volume do copo grande e P , o do copo pequeno. Temos $3G + 0,5P = 5P + 0,5G \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2,5G = 4,5P \Leftrightarrow \frac{P}{G} = \frac{2,5}{4,5} = \frac{5}{9}.$$

15) (C) Para formar os códigos S serão usadas 1 barra preta fina, 2 médias e 1 grossa, que serão separadas por 3 barras brancas finas. Como as barras brancas são todas iguais, uma vez colocadas em seus lugares, o número de códigos é o número de maneiras de se distribuir as $1+2+1=4$ barras pretas, ou seja, $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Como há 2 barras iguais, as médias, o número de diferentes códigos S que podem ser formados é $\frac{24}{2} = 12$.

16) (D) Para a letra “O” foram necessários $12 - 4 \cdot \frac{1}{8} = 11,5$ quadradinhos. Para a letra “B”, $13 - 4 \cdot \frac{1}{8} = 12,5$ quadradinhos. E para a letra “M”, $12 - 2 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{1}{8} = 10$ quadradinhos. Logo a área ocupada pela sigla é $11,5 + 12,5 + 10 = 34 \text{ cm}^2$.

17) (B) Dentre os números de 10 a 99, a soma dos algarismos mais freqüente é 9 ou 10, ambas aparecendo 9 vezes cada. Logo o maior número de tentativas erradas que a segunda pode fazer é $9 - 1 = 8$.

18) (C) Viajando a 80 km/h por 15 minutos, ou seja, $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ de hora, Anita percorreu $\frac{80}{4} = 20$ km.

Para conseguir percorrer esses 20 km em 12 minutos, ou seja, $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ de hora, ela deveria trafegar

a uma velocidade constante de $\frac{20}{\frac{1}{5}} = 20 \cdot 5 = 100$ km/h.

19) (D) O candidato A errou $80\% \cdot 60 = 48$ questões, o candidato B, $60\% \cdot 60 = 36$ questões, o candidato C, $50\% \cdot 60 = 30$, o candidato D, $30\% \cdot 60 = 18$, o candidato E, $40\% \cdot 60 = 24$ e o candidato F, $60\% \cdot 60 = 36$. Portanto o número médio de questões erradas por esses candidatos foi $\frac{48+36+30+18+24+36}{6} = \frac{192}{6} = 32$.

20) (E) Temos $13^1 = 1\underline{3}$, $13^2 = 169$, $13^3 = 219\underline{7}$ e $13^4 = 2856\underline{1}$.

A partir desse ciclo, $13^5 = 13^1 \cdot 13^4 = 37129\underline{3}$, $13^6 = 13^2 \cdot 13^4 = 482680\underline{9}$, $13^7 = 13^3 \cdot 13^4 = 6274851\underline{7}$ e $13^8 = 13^4 \cdot 13^4 = 81573072\underline{1}$. Veja que 13^5 , 13^6 , 13^7 e 13^8 terminam com o mesmo algarismo que, respectivamente, 13^1 , 13^2 , 13^3 e 13^4 . Desse modo podemos formar grupos de 4 em 4, sabendo que o algarismo das unidades desses grupos são 3, 9, 7 e 1.

Como $2007 = 501 \cdot 4 + 3$, podemos formar 501 grupos com algarismo das unidades 3, 9, 7 e 1, restando apenas os números 13^{2005} , 13^{2006} e 13^{2007} , que tem algarismo das unidades 3, 9 e 7, respectivamente. Portanto o algarismo das unidades da soma é o algarismo das unidades de $(3+9+7+1) \cdot 501 + (3+9+7) = 20 \cdot 501 + 19 = 10020 + 19 = 10039$, o algarismo 9.